

المادة: نظرية الشبكات المحاضرة: الخامسة

قسم: الرياضيات / ٥٤

نتيجة أمثلة من المحاضرة السابقة:

(3) المجموعات المنتهية أو المنتهية التمام $\text{finite or catimite}$ $(E \leftarrow)$ لتكن E مجموعة ما وليكن الشبكة $(E, P(E))$ نقول عن المجموعة A من E بأنها منتهية التمام إذاكانت A منتهية CA منتهيةإنه أسرة المجموعات المنتهية أو المنتهية التمام من E والتي نرسمها $FC(E)$ نتكون شبكة هزينة من $P(E)$ الشبكات $(E, P(E))$ $A \subseteq B$ منتهية B منتهيةإذا كانت A, B منتهيتين فإن $A \cap B$ و $A \cup B$ منتهيتينأي أنه كل منها ينتمي إلى $FC(E)$ $FC(E)$ منتهيةإذا كانت كل من A, B منتهية التمام \Leftarrow

كل صيغة $(A \rightarrow B)$ منتهية \Leftarrow

$(A \wedge B)$ و $(A \vee B)$ منتهيتين

وبالتالي فإنه:

$(A \vee B)$ و $(A \wedge B)$ منتهيتين

$\Leftarrow A \vee B$ و $A \wedge B$ منتهية التمام

وبالتالي فإنه كل منهما ينتهي إلى $FC(E)$

بفرض أنه A منتهية و B منتهية التمام

$\Leftarrow A \wedge B$ منتهية وتنتهي إلى $FC(E)$

B منتهية التمام $\Leftarrow B$ منتهية

$(A \vee B) = (A \wedge B)$ منتهية \Leftarrow

$A \vee B$ منتهية التمام \Leftarrow

$A \vee B \in FC(E)$

ففي جميع الحالات الممكنة $f_c(E)$

شبكة هزينة $p(E)$

على فضاء

لا يمكن تعريف متفرقة التام لمجموعة معينة

إذا كانت E متفرقة وبالتالي عند استخدام كل

متفرقة التام سنصلح أنه E مجموعة غير متفرقة

مورفيمات أنصاف الشبكات

نصفه أنه كل من E و E' نصف شبكة

عليها باعتبار أنه كل منها مجموعة مرتبة يمكن أن

نصف بينها مورفيم الترتيب P (أو الترتيب المتزايد)

ولكن في الحالة العامة P لن نحافظ على

الآن الذي هو

مثال

بفرض أنه $E = (A^*)$ و $E' = (B^*)$

فلذا افترضنا P التطبيق المطابق على N^* يكون

عنصري متزايد لأنه إذا كانت $x \leq y$

لكي P لا يحافظ على الرتبة الزائدية

في E $4 \vee 6 = 12$ في E' $4 \vee 6 = 6$

$$P(4 \vee 6) = P(12) \neq 6 = P(6) = P(4) \vee P(6)$$

$$= 4 \vee 6 = 6$$

تعريف

نرمز التطبيق P من نصف الشبكة العليا E

في نصف الشبكة العليا E' مورفزم نصف الشبكة

الملياً أم لا - مورينزم إذا فقط من أجل

أب عن طريق $\forall x$ من E الملقية:

$$P(x \vee y) = P(x) \vee P(y)$$

كما عرف مورينزم نصف الشبكة العليا أو

1 - مورينزم بالشكل:

$$P(x \wedge y) = P(x) \wedge P(y) : \forall x, y \in E$$

مبرهنة

أب لا مورينزم لأن 1 - مورينزم (يكون تلبية

متزايد

البرهان

منه أقل \forall مورينزم ، إذا كان $x \leq y$

حيث $x, y \in E$ فإن

$$P(x \vee y) = P(y) \iff x \vee y = y$$

$$\iff P(x) \vee P(y) = P(y) \iff$$

$$P(x) \leq P(y) \iff P \text{ قتيبي (أو مورفزم)}$$

ترتيب

تعريف

نصف \vee ايزومورفزم بأنه \vee مورفزم بالضافة

أو أنه تقابل

مبرهنة هامة (1.1.5)

ليكن $P: E \rightarrow E'$ تطبيق من نصف الشبكة

اللبا E في نصف الشبكة اللبا E' فإن المقلبا

التالي متكافئ

(1) P هو \vee ايزومورفزم

12 P هو (ايزومورفزم) ترتيب

المعاني
ببرهنة سابقة

2 (1) ليكن P هو لا ايزومورفزم

من E على E' فهذا يعني انه P تقابل

مضاد (لان لا ايزومورفزم)

كما ان P متزايد وذلك لان بفرقة

$$P(x) \leq P(y) \iff P(x) \vee P(y) = P(y)$$

$$x \vee y = y \xleftarrow{P \text{ تقابل}} P(x \vee y) = P(y) \iff$$

$$x \leq y \iff$$

وبالتالي فان P يكون ايزومورفزم ترتيب

1 (2) ليكن P (ايزومورفزم) ترتيب

ببرهنة سابقة
P يحفظ الحدود العليا الازمنية

(نصف المبرهنه : اذا كان $f: E \rightarrow E'$ ايزومورفيزم

نتيجه : $A \subseteq E$ و S هو الك

الشبكة الاصلية المجموعه A في E فان :

$$(f(\sup_E A) = \sup_{E'} f(A))$$

$$f(\sup_E \{x, y\}) = \sup_{E'} f(\{x, y\})$$

$$= \sup_{E'} \{f(x), f(y)\} \Rightarrow$$

$$f(x \vee y) = f(x) \vee f(y)$$

اي انه f هو لا ايزومورفيزم

ملحوظة

لينا نتيجة ماثله من اجل 1- مورفيزم

مورفيزم الشبكات

بفرضه انه كل من E و E' شبكات

ولكن $E' \rightarrow E : P$ تطبيق من E في E'

يقول عن التطبيق P انه \forall مورفينم اذا

كان من اجل أي عنصري x, y من E فان:

$$P(x \vee y) = P(x) \vee P(y)$$

ونقول عن P انه \wedge مورفينم اذا كانت من

اجل أي عنصري x, y من E فان:

$$P(x \wedge y) = P(x) \wedge P(y)$$

لكن هذين المفهومين غير متكافئين في الحالة

العام.

مثال

ليكن E فضاء طوبولوجيا τ أسرة

المجموعات المغلقة في E

لنفرض التطبيق $f: P(E) \rightarrow \mathcal{P}$ بالشكل

التالي:

$$f(x) = \bar{x} ; \forall x \in P(E)$$

فيكون:

$$\forall x, y \in P(E) ; f(x \cup y) = \overline{x \cup y}$$

$$= \bar{x} \cap \bar{y} = f(x) \cap f(y)$$

أي أنه f هو دالة مورفزم

$$\forall x, y \in P(E) ; f(x \cap y) = \overline{x \cap y}$$

$$\neq \bar{x} \cup \bar{y} = f(x) \cup f(y)$$

أي أنه f ليس دالة مورفزم

تعريف

$$f: E \rightarrow E'$$

نسمي التطبيق

قسم: الرياضيات / هر
العادة: نظرية الشبكات / المحاضرة: إكاسه

منه الشبكة E في الشبكة E' بأنه

مورفينم شبكة إذا كان لا مورفينم E مورفينم

بنفس الوقت.

ملحوظة

هنا ما رأينا سابقاً في نفس الشبكة فإن

كل مورفينم شبكة يمكن مورفينم ترتيبه (أو

ترتيبه متساوياً)

كما سنرى ايند مورفينم الشبكة بأنه مورفينم

الشبكة بإضافته إلى أنه تقابل

مبرهنة

إذا كان $E \rightarrow E'$ مورفينم من الشبكة E

في الشبكة E' فإنه المقضايا التالية متكافئة:

المادة: نظرية الشبكات الع. مرة: الخامسة.

1. P ايند مورفينم شبكة

2. P ايند مورفينم ترتيب

3. P Δ ايند مورفينم

4. P Δ ايند مورفينم

البرهان

لقد رأينا سابقاً أنه التكافؤ بين القضايا (2) و (3) و (4)

ولذلك نترك الآن التكافؤ بين (1) و (4)

4 \Rightarrow 1 واضح

1 \Rightarrow 4 لقرينة أنه P هو Δ ايند مورفينم \Leftarrow

P تقابل P متزايد

لقرينة أنه $P(x) \wedge P(y) = P(x) \Leftarrow P(x) \leq P(y)$

$x \leq y \Leftarrow x \wedge y = x \Leftarrow P(x \wedge y) = P(x) \Leftarrow$

أبداً P^1 متزايد وبالتالي فإن P ايند مورفينم شبكة

ومكبات بنهذه P^1 أنه P لطيفة ثانية»

(1) P ايند مورفينم شبكة $\Leftrightarrow P$ هو لا ايند مورفينم

$\Leftrightarrow P$ ايند مورفينم ترتيب

(2) P ايند مورفينم ترتيب \Leftrightarrow

$\left\{ \begin{array}{l} P \text{ هو لا ايند مورفينم} \\ P \text{ هو لا ايند مورفينم} \end{array} \right\} \Leftrightarrow P \text{ ايند مورفينم شبكة}$

المرشحات والمثاليات

في هذه الفقرة سوف نعرض عن أهل التبلي (رغم أنه

ليس ضرورياً من أهل التعريف) بأنه كل هذه شبكة او شبكة

تلك عنصر اصغر (وغيره 0) وعنصر أكبر (وغيره 1)

المشكلة في نصف الشبكة الدنيا

لكن E نصف شبكة دنيا

تعريف:

نصف شبكة دنيا

نصف الشبكة الدنيا (في الحالة F) من E مشكلة من E

إذا حققت ما يلي:

(1) إذا كان $x \in F$ و $x \gg y$ فإن $y \in F$

(2) إذا كان $x \in F$ و $y \in F$ فإن $x \vee y \in F$
 $x \wedge y \in F$

ملاحظات

(1) لانه الشرط (2) يبين بان كل مشكلة تكون نصف شبكة

دنيا جزئية (لكن العكس ليس صحيحا في الحالة العامة)

(2) لانه E نفس المشكلة في E التي تسمى بالمشكلة غير

الضمنية inPropre

كل مرشحة A مختلفة عن E تسمى مرشحة فعلية $proper$

(3) إذا كانت $card E \geq 2$ عندي يوجد هناك الأقل مرشحة

عقلية واحدة وهي $\{1\}$ هناك سبل المثال

(4) حد الشرط (1) والمرشحة A تسمى أنظر A ينتمي إلى جميع المرشحات

(5) حد الشرط (1) والمرشحة A تسمى أنظر A تكون فعلية إذا

وذلك إذا كانت $A \neq E$

المرشحات المعولة

(1) ليكن a عنصراً ثابتاً في نصف الشبكة البنية E ولنفس

المجموعة F_a بالشكل التالي:

$$F_a = \{x \in E : x \geq a\}$$

عندئذ فإن F_a تكون مرشحة عن E وذلك لأن:

إذا كانت $x \in F_a$ و $x \geq y$ فإن $y \geq a$ و $y \in F_a$

~~$\Rightarrow F_a \in \mathcal{F}$~~



$$y \in Fa$$

←

- إذا كانت $x, y \in Fa$ ← $x \succ a$ ، $y \succ a$

$$x \wedge y \in Fa \leftarrow x \wedge y \succ a$$

نبي مثل هذه المرشحة Fa بالمرشحة الرئيسية العامة بالنظر

a ، يكون a النظر الدخيرة Fa ، وبالتالي إذا

كانت f مرشحة تلك غير دخر مثل a فإنه هذه

المرشحة تكونت محولة بـ a

انتهت المحاضرة